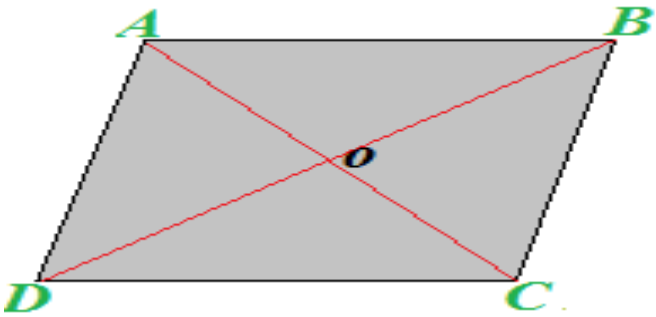
PARALLELOGRAMMI

Un parallelogramma è un quadrilatero avente i lati opposti a due a due paralleli



PROPRIETA' DEL PARALLELOGRAMMA:

1) le diagonali si tagliano scambievolmente per metà;

2) i lati opposti sono uguali;

3) i due triangoli in cui esso è diviso da ciascuna diagonale sono uguali;

4) gli angoli opposti sono uguali;

5) gli angoli adiacenti a ciascun lato sono supplementari.

Dimostrazioni:

1) Il punto d'incontro delle diagonali O è centro di simmetria del parallelogramma pertanto O è il punto medio di AC e di BD.

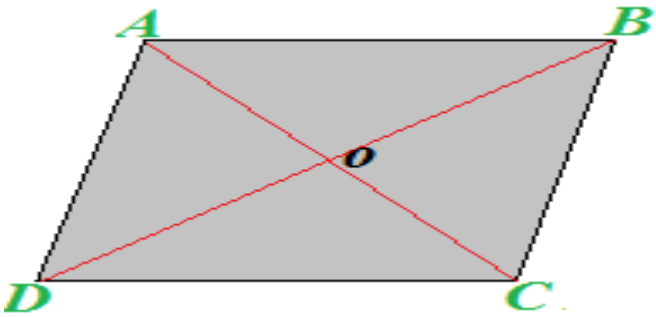
2) I lati AB e CD hanno per estremi punti simmetrici rispetto a O pertanto sono simmetrici tra loro e quindi uguali. Analogamente per i lati AD e BC.

3) Avendo i due triangoli ABD e BCD due lati simmetrici tra loro (e quindi uguali) e un lato in comune BD per il terzo criterio di uguaglianza sono uguali. Analogamente per i triangoli ABC e ACD.

4) Gli angoli opposti del parallelogramma sono uguali perché fanno parte di triangoli uguali.

5) Gli angoli BAD e ADC sono supplementari perché coniugati interni rispetto alle parallele AD e DC tagliate dalla trasversale AD. Analogamente per le altre coppie di angoli adiacenti agli altri lati.

CONDIZIONI SUFFICIENTI PER RICONOSCERE SE UN QUADRILATERO E' UN PARALLELOGRAMMA



1) Se un quadrilatero ha un centro di simmetria allora è un parallelogramma.

Dimostrazione: sia ABCD un quadrilatero che ammette il centro O di simmetria . I quattro vertici A, B, C , D devono corrispondersi tra loro nella simmetria di centro O ; l'unica possibilità è che A e C siano simmetrici rispetto a O e che B e D siano simmetrici rispetto a O. Ne deduciamo che sia le rette AB e CD, sia le rette AD e BC, congiungenti coppie di punti simmetrici, sono simmetriche tra loro e quindi parallele.

2) Un quadrilatero le cui diagonali si tagliano scambievolmente per metà è un parallelogramma.

Dimostrazione: per la dimostrazione precedente se A e C sono simmetrici tra loro e B e D sono simmetrici tra loro allora O deve essere il punto medio sia di AC che di BD.

3) Un quadrilatero con i lati opposti a uguali è un parallelogramma.

Dimostrazione: considerando la diagonale AC i triangoli ABC e ACD sono uguali per il terzo criterio di uguaglianza in quanto hanno il lato AC in comune e gli altri due lati uguali per ipotesi. Pertanto gli angoli BAC e ACD sono uguali e quindi le rette AB e CD sono parallele in quanto con la trasversale AC formano angoli alterni interni BAC e ACD uguali. Analogamente dall'uguaglianza degli angoli CAD e ACB si dimostra che AD e BC sono parallele.

4) Un quadrilatero con gli angoli opposti uguali è un parallelogramma.

Dimostrazione: in ogni quadrilatero la somma degli angoli interni è un angolo giro (360°) pertanto

$\hat{A} \quad \hat{A} \quad \hat{A} \quad \hat{A}$

essendo gli angoli opposti uguali $\hat{A} + \hat{D} = \hat{B} + \hat{C} = 180°$, quindi le rette AB e CD formando con la trasversale AD angoli coniugati interni supplementari sono parallele. Analogamente si dimostra che AD e BC sono paralleli

5) Un quadrilatero con due lati opposti uguali e paralleli è un parallelogramma.

Dimostrazione: siano AB e CD uguali e paralleli, per affermare che è un parallelogramma basta dimostrare che AD = BC. La diagonale BD divide il quadrilatero in due triangoli ABD e BCD che sono uguali per il 1° criterio di uguaglianza in quanto hanno il lato BD in comune, i lati AB e CD uguali per ipotesi e gli angoli ABD e BDC uguali perché alterni interni rispetto alle parallele AB e DC tagliate dalla trasversale BD. Ne segue l'uguaglianza dei lati AD e BC.