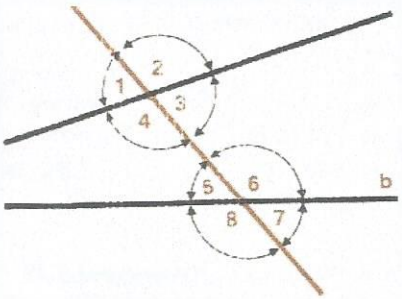
RETTE PARALLELE

Quando due rette a, b sono incontrate da una terza retta c in due punti distinti, esse formano con questa otto angoli che vengono indicati con nomi particolari:
1) gli angoli 3, 4, 5, 6 si dicono interni perché essi sono interni alla regione del piano limitata dalle due rette a, b;
2) gli angoli 1, 2, 7, **8** si chiamano esterni (perché esterni a detta regione);
3) gli angoli che si trovano da una stessa parte della c si dicono coniugati e quelli che si trovano da parti opposte alterni.

Così le coppie di angoli 3, 6 e 4, 5 sono coniugati interni e le coppie di angoli 1, 8 e 2, 7 sono coniugati esterni, mentre le coppie 3, 5 e 4, 6 sono alterni interni e le coppie 1, 7 e 2, 8 sono alterni esterni.

Infine, si chiamano corrispondenti le coppie di angoli coniugati l e 5, 4 e 8, 2 e 6, 3 e 7 che sono uno interno e l'altro esterno.



Angoli formati da tre rette.

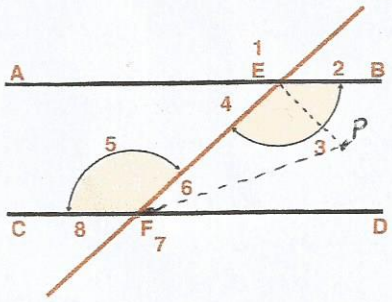
Criterio di parallelismo di due rette

TEOREMA. Se due rette tagliate da una trasversale formano con essa due angoli alterni interni uguali, allora le due rette sono parallele.

Ipotesi. Date due rette AB e CD ed una loro trasversale EF (fig. 4), è noto che sono uguali i due angoli alterni interni BEF = 3 e CFE = 5.

Tesi. Vogliamo dimostrare che le rette AB e CD sono parallele.

Dimostrazione. Ragioniamo per assurdo. Se le rette AB, CD non fossero parallele dovrebbero incontrarsi in un punto P Allora i tre punti P, E, F sarebbero i vertici del triangolo PEF nel quale l'angolo esterno 5 sarebbe uguale all'angolo interno non adiacente 3; e ciò contraddice il teorema per il quale un angolo esterno di un triangolo è maggiore di c ciascuno degli angoli interni non adiacenti.
Non potendo incontrarsi, le rette AB e CD sono necessariamente parallele.



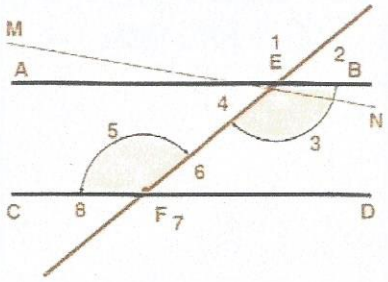
TEOREMA. Se due rette tagliate da una trasversale formano con essa
o due angoli alterni esterni uguali,
o due angoli corrispondenti uguali,
o due angoli coniugati (interni o esterni) supplementari, allora le due rette sono parallele.

TEOREMA. Se due rette distinte sono parallele, allora, tagliate dauna trasversale, formano con essa angoli alterni interni uguali.

Ipotesi. È noto che due rette AB e CD sono parallele.

Tesi. Vogliamo dimostrare che gli angoli alterni interni BEF = 3 e CFE = 5, da esse formati con la trasversale EF, sono uguali fra loro.

Dimostrazione. Ragioniamo per assurdo e supponiamo che gli angoli 3 e 5 siano disuguali; ad esempio che l'angolo 3 sia maggiore dell'angolo 5. In questa ipotesi sarebbe possibile condurre per E una retta MN, distinta da AB, tale che l'angolo NEF risulti uguale all'angolo 5.
Allora le rette CD ed MN sarebbero parallele perché formerebbero con la trasversale EF i due angoli alterni interni uguali NEF e 5 (n. 9). Per cui, per il punto E verrebbero a passare due distinte parallele (AB ed MN) alla retta CD. Ma ciò contraddice il 5° postulato di Euclide che afferma che data una retta e un punto esterno ad essa per quel punto passa una sola parallela alla retta data.
Non resta dunque che ammettere che gli angoli 3 e 5 sono uguali.



TEOREMA. Se due rette sono parallele, allora, tagliate da una trasversale, formano con essa
1)angoli alterni esterni uguali,
2)angoli corrispondenti uguali,
3)angoli coniugati (interni o esterni) supplementari.

I risultati precedenti sono riassunti nel
TEOREMA FONDAMENTALE SULLE RETTE PARALLELE. Due rette del piano sono parallele se e solo se, tagliate da una trasversale, formano

o due angoli alterni (interni o esterni) uguali,
o due angoli corrispondenti uguali,
o due angoli coniugati (interni o esterni) supplementari.