

- 1) La prova consiste di 16 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
- 2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- 3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
- 4) **Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore.** Buon lavoro e buon divertimento.

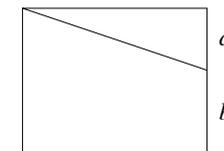
Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Classe \_\_\_\_\_

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

- 1) Loretta si reca ogni 13 giorni in un ambulatorio per una cura. Il giovedì, e solo il giovedì, nell'ambulatorio presta servizio Franco, l'infermiere preferito di Loretta. Sapendo che oggi, giovedì, Loretta è andata all'ambulatorio, tra quanti giorni rivedrà Franco?  
(A) 14 (B) 35 (C) 53 (D) 65 (E) 91
- 2) Il cortile della casa di Luigi ha la forma di un triangolo rettangolo isoscele. Sapendo che l'area del cortile è  $16 \text{ m}^2$ , quanto misura il lato più lungo del cortile?  
(A) 2 m (B) 4 m (C)  $4\sqrt{2}$  m (D) 8 m (E)  $8\sqrt{2}$  m
- 3) È dato un esagono regolare di lato 2 m. Calcolare l'area della corona circolare delimitata dal cerchio inscritto e dal cerchio circoscritto all'esagono.  
(A)  $\frac{\pi}{2} \text{ m}^2$  (B)  $\pi \text{ m}^2$  (C)  $\frac{4\pi}{3} \text{ m}^2$  (D)  $2\pi \text{ m}^2$  (E)  $\frac{\pi}{9} \text{ m}^2$

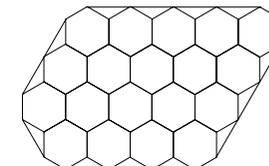
- 4) La media aritmetica di 11 numeri è 4850. Se ciascuno degli 11 numeri viene diminuito di 10 la loro media diventa:  
(A) 4740 (B) 4840 (C) 4830 (D) 4850  
(E) i dati del problema non sono sufficienti a determinarla

- 5) Sapendo che il rettangolo in figura viene diviso dalla linea inclinata in due parti di aree una quadrupla dell'altra, calcolare il rapporto tra le misure dei segmenti  $a$  e  $b$ .  
(A)  $\frac{2}{3}$  (B)  $\frac{1}{4}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{1}{2}$  (E)  $\frac{2}{5}$



- 6) Quanti sono i numeri di tre cifre, tutte diverse da 0, tali che comunque si permutino le loro cifre il numero che si ottiene è divisibile per quattro?  
(A) 8 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 48
- 7) Marco distribuisce 1260 figurine tra tutti i suoi amici, che sono meno di 100, dando a ciascuno di loro lo stesso numero di figurine e in modo da distribuirle tutte. Qual è il massimo numero di amici che Marco può avere?  
(A) 70 (B) 84 (C) 90 (D) 94 (E) nessuno dei precedenti

- 8) Un pavimento è piastrellato come in figura. In quanti modi è possibile colorare le mattonelle esagonali di blu, rosso e nero in modo che due mattonelle esagonali con un lato in comune non abbiano mai lo stesso colore?  
(A) nessuno (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) infiniti



- 9) In una classe gli alunni biondi sono il 40%, del totale mentre i restanti sono castani. Tra tutti gli alunni biondi, il 75% sono femmine. Sapendo che nella classe il numero di femmine è uguale al numero di maschi, qual è la percentuale di maschi castani sul totale degli alunni della classe?  
(A) 20% (B) 25% (C) 30% (D) 40% (E) 50%

- 10) È dato un esagono regolare di lato di lunghezza 1 m, i cui vertici, elencati in senso orario, sono A, B, C, D, E, F. Siano X e Y le intersezioni del segmento AC con i segmenti BF e BD rispettivamente. Calcolare la distanza tra X e Y.  
(A)  $\frac{1}{2}$  m (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$  m (C)  $\frac{\sqrt{3}}{6}$  m (D)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$  m (E)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  m

- 11) Carlo ha sei mele e sei pere: in quanti modi può mettere in fila 6 frutti, in modo tale che tra due mele non ci sia mai nessuna pera?  
(A) 16 (B) 22 (C) 32 (D) 35 (E) 39

- 12) Siano fissati 4 numeri interi positivi  $a, b, c, d$  tali che  $\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d} \leq 1$ . Quale delle seguenti disuguaglianze è certamente vera?  
(A)  $\frac{a+c}{b+d} \geq \frac{a}{b} + \frac{c}{d}$  (B)  $\frac{a+c}{b+d} < \frac{a}{b}$  (C)  $\frac{a+c}{b+d} \leq \frac{c}{d}$  (D)  $\frac{a+c}{b+d} > 1$   
(E) nessuna delle precedenti

13) Una cavalletta si sposta compiendo salti di esattamente 10 cm. Il suo moto segue questo schema: compie un certo numero di salti in una data direzione, poi ruota verso la sua sinistra di  $120^\circ$  e compie, nella nuova direzione, il doppio dei salti che aveva effettuato nella precedente direzione. A questo punto ruota nuovamente di  $120^\circ$  verso sinistra e raddoppia ancora una volta il numero dei salti. Sapendo che inizia compiendo un solo salto in una data direzione, a quale distanza dal punto iniziale si troverà dopo 17 salti?

- (A) 20 cm (B)  $20\sqrt{3}$  cm (C) 40 cm (D)  $40\sqrt{3}$  cm (E) 50 cm

14) Al 22 novembre 2012 il prezzo della benzina è dato per il 35% dal costo del prodotto, che è formato a sua volta da diverse voci (petrolio, raffinazione, costi di distribuzione, ecc.); il costo del petrolio costituisce oggi il 24% del costo del prodotto. Sapendo che il primo gennaio 2013 il prezzo del petrolio aumenterà del 10% e gli altri costi rimarranno invariati, di quanto aumenterà il prezzo della benzina in tale data?

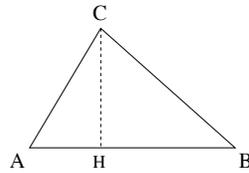
- (A) 10% (B) 2,4% (C) 3,5% (D) 0,84 % (E) nessuna delle precedenti

15) Da un mazzo di 40 carte se ne estrae una, che subito viene reinserita nel mazzo; il mazzo viene poi mescolato, e successivamente si estrae una nuova carta. Qual è la probabilità che la nuova carta sia la stessa carta estratta in precedenza?

- (A)  $1/1600$  (B)  $1/40$  (C)  $1/80$  (D)  $1/20$  (E)  $\frac{1}{40 \cdot 39}$

16) Sia  $ABC$  un triangolo acutangolo e sia  $H$  sul lato  $AB$  il piede dell'altezza dal vertice  $C$ . Supponiamo che l'area del triangolo  $AHC$  stia a quella del triangolo  $ABC$  come  $\overline{AC}$  sta a  $2\overline{AB}$ . Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?

- (A)  $\triangle ABC$  è rettangolo (B)  $\widehat{CAB} = 60^\circ$  (C)  $\overline{AB} = 2\overline{AH}$   
 (D)  $\overline{AB} = \overline{AC}$  (E)  $ABC$  è equilatero

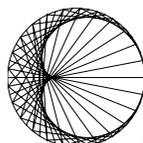




**PROGETTO OLIMPIADI DI MATEMATICA**  
 U.M.I. UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
 MINISTERO DELLA PUBBLICA ISTRUZIONE

*I Giochi di Archimede - Gara Triennio*

22 novembre 2012

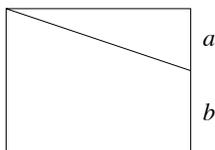


- 1) La prova consiste di 20 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.
- 2) Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.
- 3) Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.
- 4) **Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è di due ore.** Buon lavoro e buon divertimento.

Nome \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Classe \_\_\_\_\_

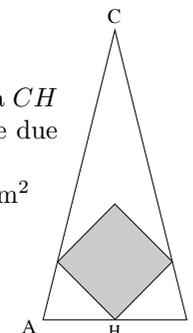
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	

- 1) Marco distribuisce 1260 figurine tra tutti i suoi amici, che sono meno di 100, dando a ciascuno di loro lo stesso numero di figurine e in modo da distribuirle tutte. Qual è il massimo numero di amici che Marco può avere?  
 (A) 70 (B) 84 (C) 90 (D) 94 (E) nessuna delle precedenti
- 2) Sapendo che il rettangolo in figura viene diviso dalla linea inclinata in due parti di aree una quadrupla dell'altra, calcolare il rapporto tra le lunghezze dei segmenti  $a$  e  $b$ .  
 (A)  $2/3$  (B)  $1/4$  (C)  $1/5$  (D)  $1/2$  (E)  $2/5$
- 3) Sul pianeta Papalla un anno è formato da 400 giorni, numerati da 1 a 400; sono considerati festivi i giorni corrispondenti ai multipli di 6. Il nuovo governo di Papalla riforma il calendario, dividendo l'anno in 10 mesi di 40 giorni ciascuno; i giorni di ogni mese vengono ora numerati da 1 a 40, e rimane valida la regola di fare festa nei giorni i cui numeri siano multipli di 6. In seguito alla riforma, il numero

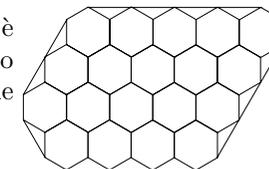


dei giorni festivi in un anno è:  
 (A) rimasto invariato (B) aumentato meno del 10% (C) aumentato del 10%  
 (D) diminuito meno del 10% (E) diminuito del 10%

- 4)  $S_1$  e  $S_2$  sono due sfere; il volume di  $S_2$  è il doppio del volume di  $S_1$ . Quanto vale il rapporto tra la superficie di  $S_2$  e quella di  $S_1$ ?  
 (A)  $\sqrt[3]{4}$  (B) 2 (C)  $2\sqrt[3]{2}$  (D)  $\sqrt{8}$  (E) nessuna delle precedenti
- 5) Matteo per raggiungere la scuola deve effettuare 2 km in salita, e pedalando sulla sua bicicletta riesce ad arrivare in 12 minuti. Al ritorno, andando in discesa per la stessa strada, impiega solo 4 minuti. Qual è la velocità media di Matteo nell'intero tragitto casa-scuola-casa?  
 (A) 10 km/h (B) 12 km/h (C) 15 km/h (D) 20 km/h  
 (E) nessuna delle precedenti
- 6) Il triangolo isoscele in figura ha base  $AB$  di lunghezza 1 m e altezza  $CH$  di lunghezza 2 m. Il quadrato al suo interno ha un vertice in  $H$ , e due vertici sugli altri due lati: calcolarne l'area.  
 (A)  $1/5$  m<sup>2</sup> (B)  $5/16$  m<sup>2</sup> (C)  $8/25$  m<sup>2</sup> (D)  $1/3$  m<sup>2</sup> (E)  $1/2$  m<sup>2</sup>



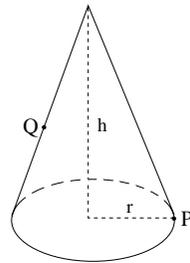
- 7) In una classe gli alunni biondi sono il 40%, del totale mentre i restanti sono castani. Tra tutti gli alunni biondi, il 75% sono femmine. Sapendo che nella classe il numero di femmine è uguale al numero di maschi, qual è la percentuale di maschi castani sul totale degli alunni della classe?  
 (A) 20% (B) 25% (C) 30% (D) 40% (E) 50%
- 8) Un pavimento è piastrellato come in figura. In quanti modi è possibile colorare le mattonelle esagonali di blu, rosso e nero in modo che due mattonelle esagonali con un lato in comune non abbiano mai lo stesso colore?  
 (A) nessuno (B) 2 (C) 3 (D) 6 (E) infiniti



- 9) Quante sono le coppie di numeri primi  $(p, q)$  tali che  $p^q + 1$  sia ancora un numero primo? [Nota: 1 non è un numero primo.]  
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) infinite (E) nessuna delle precedenti

- 10) Al 22 novembre 2012 il prezzo della benzina è dato per il 35% dal costo del prodotto, che è formato a sua volta da diverse voci (petrolio, raffinazione, costi di distribuzione, ecc.). In particolare il costo del petrolio è il 24% del costo del prodotto. Sapendo che il primo dicembre 2012 il prezzo del petrolio aumenterà del 10% e gli altri costi rimarranno invariati, di quanto aumenterà il prezzo della benzina in tale data?  
 (A) 10% (B) 2,4% (C) 3,5% (D) 0,84 % (E) nessuna delle precedenti
- 11) Determinare la somma delle cifre del numero  $(10^{2012} + 1)^3$ .  
 (A) 4 (B) 8 (C) 2012 (D) 2013 (E) nessuna delle precedenti
- 12) Quale tra i seguenti è il numero più grande che divide  $n^5 - 5n^3 + 4n$ , qualsiasi sia il numero naturale  $n \geq 3$ ?  
 (A) 15 (B) 35 (C) 60 (D) 120 (E) 240
- 13) Quale tra le seguenti quantità dipendenti da  $x$  è minore o uguale a  $\frac{1}{6} + x^2$  per ogni numero reale  $x$ ?  
 (A)  $\sqrt{\frac{1}{6} + x^2}$  (B)  $-\frac{2}{\sqrt{3}}x$  (C)  $(\frac{1}{6} + x)^2$  (D)  $\frac{1}{6} + x$   
 (E) nessuna delle precedenti

- 14) Il Mago Merlino posa a terra il suo cappello, un cono retto di altezza  $h = 20\sqrt{2}$  cm e di base una circonferenza di raggio  $r = 10$  cm. Una formica, partendo da un punto  $P$  sul bordo del cappello, vuole raggiungere il punto  $Q$  situato nel punto medio dell'apotema dalla parte opposta (vedi figura). Quanto misura il cammino più breve che la formica dovrà percorrere sulla superficie del cappello per raggiungere  $Q$ ?  
 (A)  $15\sqrt{3}$  cm (B)  $15 + 10\sqrt{2}$  cm (C)  $15 + 5\pi$  cm  
 (D)  $15 + 10\pi$  cm (E) nessuna delle precedenti



- 15) Abbiamo un dado a 4 facce recanti i numeri 1,3,5,7 ed un dado a 8 facce recanti i numeri 2,4,6,8,10,12,14,16 (per ciascun dado ogni faccia ha la stessa probabilità di uscire di ogni altra). Qual è la probabilità che, lanciandoli una sola volta entrambi, si ottenga come somma 11?  
 (A) 1/16 (B) 1/8 (C) 1/4 (D) 1/2 (E) 1
- 16) Sapendo che  $k$  è un numero intero e che l'equazione  $x^{10} + kx^2 + 4 = 0$  ha almeno una soluzione data da un numero intero  $x$ , quanti valori distinti può assumere  $k$ ?  
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) infiniti
- 17) Assegnato un numero di due cifre che è un quadrato perfetto, qual è la probabilità che, aggiungendo una cifra a caso tra 1 e 9 a sinistra del numero, si ottenga un multiplo di 11?  
 (A) 1/9 (B) 2/9 (C) 3/9 (D) 4/9 (E) dipende dal numero scelto

- 18) Carlo ha sei mele e sei pere: in quanti modi può mettere in fila 6 frutti, in modo tale che tra due mele non ci sia mai nessuna pera?  
 (A) 16 (B) 22 (C) 32 (D) 35 (E) 39
- 19) Una cavalletta si sposta compiendo salti di esattamente 10 cm. Il suo moto segue questo schema: compie un certo numero di salti in una data direzione, poi ruota verso la sua sinistra di  $120^\circ$  e compie, nella nuova direzione, il doppio dei salti che aveva effettuato nella precedente direzione. A questo punto ruota nuovamente di  $120^\circ$  verso sinistra e raddoppia ancora una volta il numero dei salti. Sapendo che inizia compiendo un solo salto in una data direzione, a quale distanza dal punto iniziale si troverà dopo 17 salti?  
 (A) 20 cm (B)  $20\sqrt{3}$  cm (C) 40 cm (D)  $40\sqrt{3}$  cm (E) 50 cm
- 20) Sia  $x$  un numero reale maggiore di 1 tale che  $(x - 1)(x + 1)^{2012} = 1$ . Allora:  
 (A)  $1 < x < 1 + 1/3^{2012}$  (B)  $1 + 1/3^{2012} < x < 1 + 1/2^{2012}$   
 (C)  $1 + 1/2^{2012} < x < 1 + 1/3$  (D)  $1 + 1/3 < x < 1 + 1/2$  (E)  $x > 2$